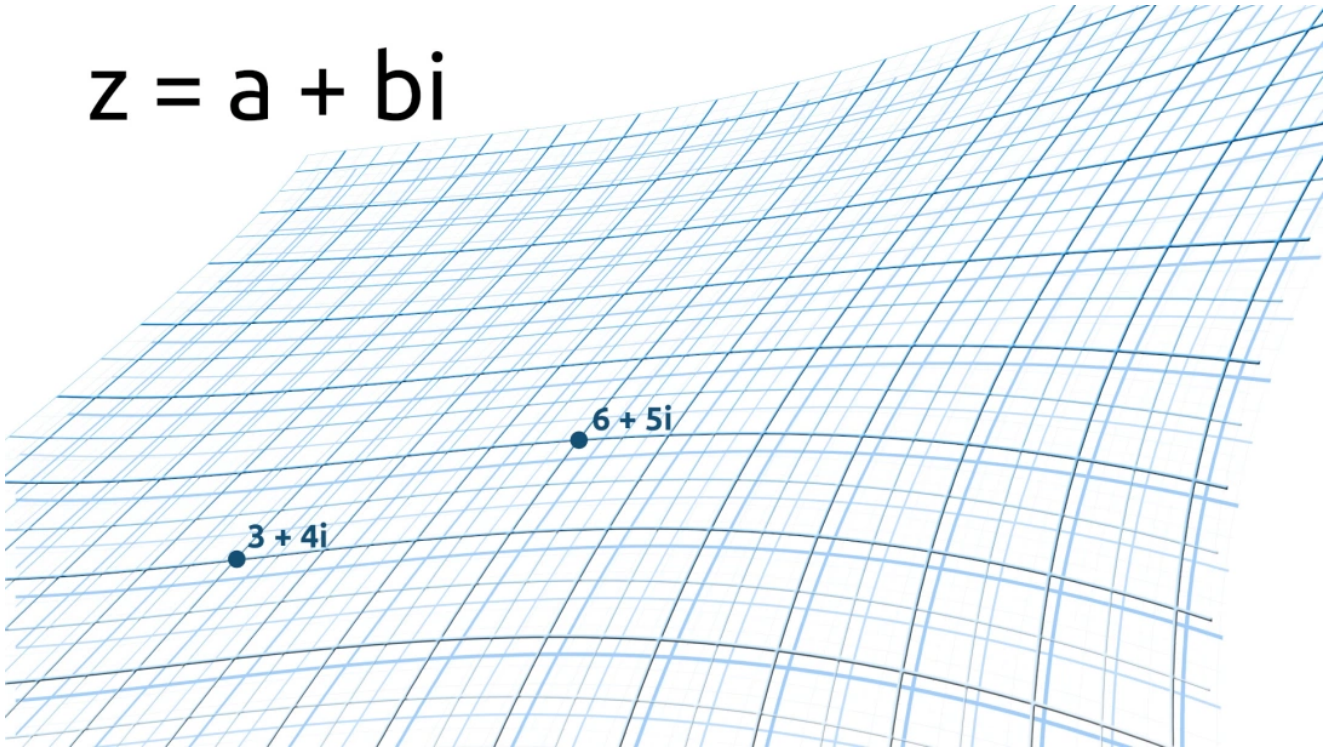


Pri io ajn *Blogo de variaj temoj*

$$z = a + bi$$



Kompleksaj nombroj

Posted on July 8, 2020

Kompleksa nombro (https://eo.wikipedia.org/wiki/Kompleksa_nombro) estas tia nombro, kia enhavas la nombron i . Tiu nombro i estas la imaginara unuo (https://eo.wikipedia.org/wiki/Imaginara_unuo). i havas la propraĵon (<http://vortaro.net/#propra%C4%B5o>), ke $i \times i = -1$. La nomo de tiaj nombroj, imaginara nombroj, ŝajnigas ilin kiel ne-realajn aŭ strangajn. Tamen, tio ne estas la kazo.

Hodiaŭ, mi volas klarigi tion pri kompleksaj nombroj. Ili ne estas vere malsimplaj. Fakte, ili estas same simplaj kiel la tiaj nombroj, kiujn vi lernis en la baza lernejo.

En matematiko estas pluraj sistemoj. Kompleksaj nombroj troviĝas en algebro (<https://eo.wikipedia.org/wiki/Algebro>). En bazaj lernejoj, infanoj lernas aritmetikon (<https://eo.wikipedia.org/wiki/Aritmetiko>), kiu temas pri kutimaj nombroj kaj kutimaj operacioj (<http://vortaro.net/#operacio>). Ekzemple, $4 + 6 = 10$, $5 - 3 = 2$, $3 \times 3 = 9$, $8 \div 2 = 4$, ktp. Tiu sistemo estas unu el la plej simplaj en matematiko kaj homoj ĉiutage uzas tiajn operaciojn. Por vivi komforte en la moderna mondo, ĉiuj devas kompreni la plej bazajn partojn de aritmetiko. Tial, la esprimon “du plus du egalas al kvar” oni uzas kiel ekzemplo pri simpleco.

Jen ekzemplo pri aritmetiko en la vivo: Mi volas kuri 30 minutojn aŭskultante muzikon en listo, kaj kutima kanto daŭras meznombro 4 minutojn, kiom da kantoj postulos la listo? Aritmetike, tio estas 30 dividite per 4. Tio egalas al 7,5, do mia listo postulos almenaŭ 8 kantojn.

Tio estas simpla, sed rimarku ion en tiu esprimo. La rezulto egalas al 7,5. Verŝajne, vi ne havas problemon pri tiu rezulto, sed kiel oni akiras la 0,5 post la 7? En lernejo, instruisto ofte instruas dividon per ripeta subtraho (<http://vortaro.net/#subtraho>). Se oni subtrahas sepfoje 4 de 30, post tio restas 2. Tiu 2 estas la resto (<https://eo.wikipedia.org/wiki/Resto>), de la divido. Oni eble skribus, ke $30 \div 4 = 7 \text{ R } 2$. Tie "R" signifas "kun RESTO de."

Oni lernas, ke la resto rilatas al la dividanto. Oni povas ŝanĝi la reston en frakcion (<http://vortaro.net/#frakcio>). Tiukaze, la resto estas $\frac{2}{4}$. Tio simpliĝas en $\frac{1}{2}$, kiu egalas al 0,5. Post la baza lernejo, oni uzas frakciojn kaj decimalojn (<http://vortaro.net/#decimalo>), anstataŭ restojn. Tamen, oni unue lernas restojn ĉar restoj estas pli simplaj. Hodiaŭ, mi memorigas vin pri tiuj simplaj restoj kaj mi volas uzi la reston kiel analogecon (<http://vortaro.net/#analogeco>) pri kompleksaj nombroj por montri, ke la koncepto pri la imaginara nombro estas same simpla.

Se oni uzas reston anstataŭ decimalon, la rezulto de la divido $30 \div 4$ enhavas kombinaĵon el du nombroj, 7 kaj 2. Tiuj du nombroj estas apartaj. Oni ne rajtas adicii (<http://vortaro.net/#adicii>) 7 kaj 2, ĉar 2 estas resto, ne kutima nombro. Tamen, se oni dividas ion alian per 4, tiu alia resto estas adiciebla al la 2.

Post mia kurado, mi estos malsata, do mi kuiras ion. La kuirado postulos 25 minutojn. Kiom da aliaj kantoj devos mi aldoni al la listo? $25 \div 4 = 6 \text{ R } 1$. Mi povas aldoni tiun rezulton al la lasta. Mi adicias la kutimajn nombrojn 7 kaj 6. Aparte, mi adicias la restajn nombrojn 2 kaj 1.

Do, $7 \text{ R } 2 + 6 \text{ R } 1 = 13 \text{ R } 3$. (Per frakcioj, $7 \frac{2}{4} + 6 \frac{1}{4} = 13 \frac{3}{4}$.)

Denove, $13 \frac{3}{4}$ kaj 3 estas apartaj. 3 estas nombro kun malsamaj reguloj. Tiu 3 ne estas 3, sed vere $\frac{3}{4}$. Tamen, kiam oni havas alian reston el la sama dividanto, oni povas adicii la nombrojn kiel kutime. (Rimarku, ke nur kiam la alia divido enhavas la saman dividanton, tiam oni rajtas adicii la restojn. Alie, la restoj estas ankaŭ apartaj.)

Post la kuirado, mi manĝos la manĝon. Ĉar mi estos tiom malsata, mi manĝos ĝin tre rapide. Tio postulos nur 5 minutojn. Se mi aŭskultos muzikon ankaŭ tiam, kiom da aliaj kantoj mi aldonos? $5 \div 4 = 1 \text{ R } 1$. Mi aldonas la rezulton al la lastaj. $1 \text{ R } 1 + 13 \text{ R } 3 = 14 \text{ R } 4$.

Tamen, tiu resto estas speciala (<http://vortaro.net/#speciala>). Ĉar la resto egalas al la dividanto, oni rajtas ŝanĝi ĝin en kutiman nombron. Ĉar $\frac{4}{4} = 1$, $14 \text{ R } 4 = 15$. La rezulto, post ĉio, estas 15. Mia listo postulos precize 15 kantojn.

Kiel tio similas al kompleksaj nombroj?

Kompleksa nombro enhavas du partojn. La reela (<http://vortaro.net/#reela>) parto de kutima nombro kaj la imaginara parto kun i . La formo de kompleksa nombro estas $z = a + bi$. Ekzemple, mi havas la nombron $7 + 2i$. Se mi havas alian nombron, $6 + 1i$, mi povas adicii la du. $7 + 2i$ plus $6 + 1i$ egalas al $13 + 3i$.

La adicio estas tute sama kiel kun restoj!

Ankaŭ kiel resto, la dua parto enhavas regulon pri kiel ĝi ŝanĝiĝas en kutiman nombron. Tiukaze, la regulo estas, ke $i \times i = -1$. Do, se mi havas denove du nombron, $6 + 5i$ kaj $3 + 4i$, kaj mi multiplikas (<http://vortaro.net/#multipliki>) la du, la imaginara parto iom ŝanĝiĝos en reelan.

Nu, mi konsentas, ke tiu multipliko estas iom malsimpla, sed rimarku, ke la malsimpleco troviĝas en la multipliko mem, ne en la kompleksaj nombroj! Se oni volas multipliki $6 \text{ R } 5$ kaj $3 \text{ R } 4$ (kun dividantoj de 7, ekzemple) tio estas same malsimpla.

La rezulto troviĝas tiel: $(6 + 5i) \times (3 + 4i) = 6 \times 3 + 6 \times 4i + 3 \times 5i + 5i \times 4i = 18 + 24i + 15i + -20 = -2 + 39i$

Pri $6 \text{ R } 5 \times 3 \text{ R } 4$ kun dividanto 7, oni devas ŝanĝi la restojn en kutimajn nombrojn per simpligo. Do la rezulto troviĝas tiel: $6 \text{ R } 5 \times 3 \text{ R } 4 = (6 \text{ R } 5 \times \frac{7}{7}) \times (3 \text{ R } 4 \times \frac{7}{7}) = \frac{47}{7} \times \frac{25}{7} = \frac{1175}{49} = 23 \text{ R } 48$ kun dividanto 49.

Kompleksa nombro ne nomiĝas tiel ĉar ĝi estas pli malsimpla ol aliaj nombroj laŭ komprenebleco. Ĝi nomiĝas tiel laŭ la unua difino de kompleksa: "Enhavanta en si plurajn malsamajn elementojn." Ĝi estas simple kombinaĵo. La imaginara parto de ĝi ne estas imagaĵo sed nombro kun malsamaj reguloj ol kutima reela nombro, kiel resto.

Se kiel infano, vi komprenis la reston en divido, vi povas kompreni la imaginaran parton en kompleksa nombro.

Posted in [Matematiko](#)

